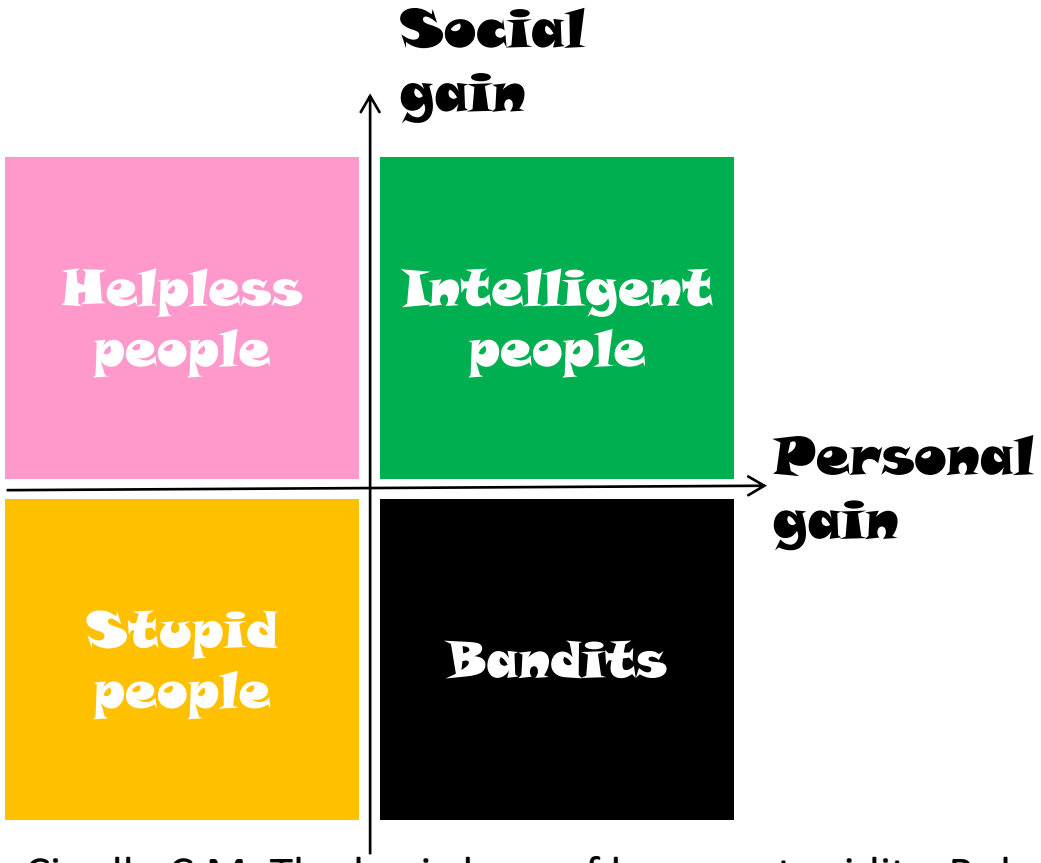
Задача классификации данных

Классификация – нить Ариадны в лабиринте природы.

Жорж Санд

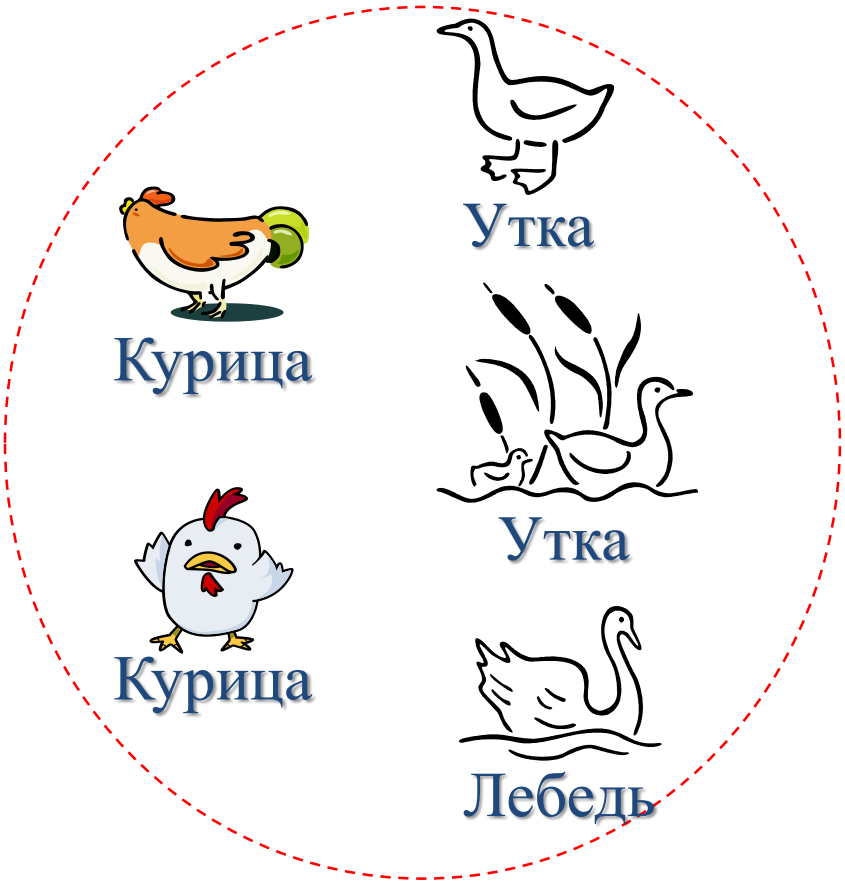


Cipolla C.M. The basic laws of human stupidity. Bologna: il Muli, 2011

Содержание

- Основные понятия
- Деревья решений
- Байесовская классификация
- **Классификация по ближайшим соседям**
- Оценка качества классификации
- Ансамблевая классификации

Классификация по k ближайшим соседям (k Nearest Neighbors)



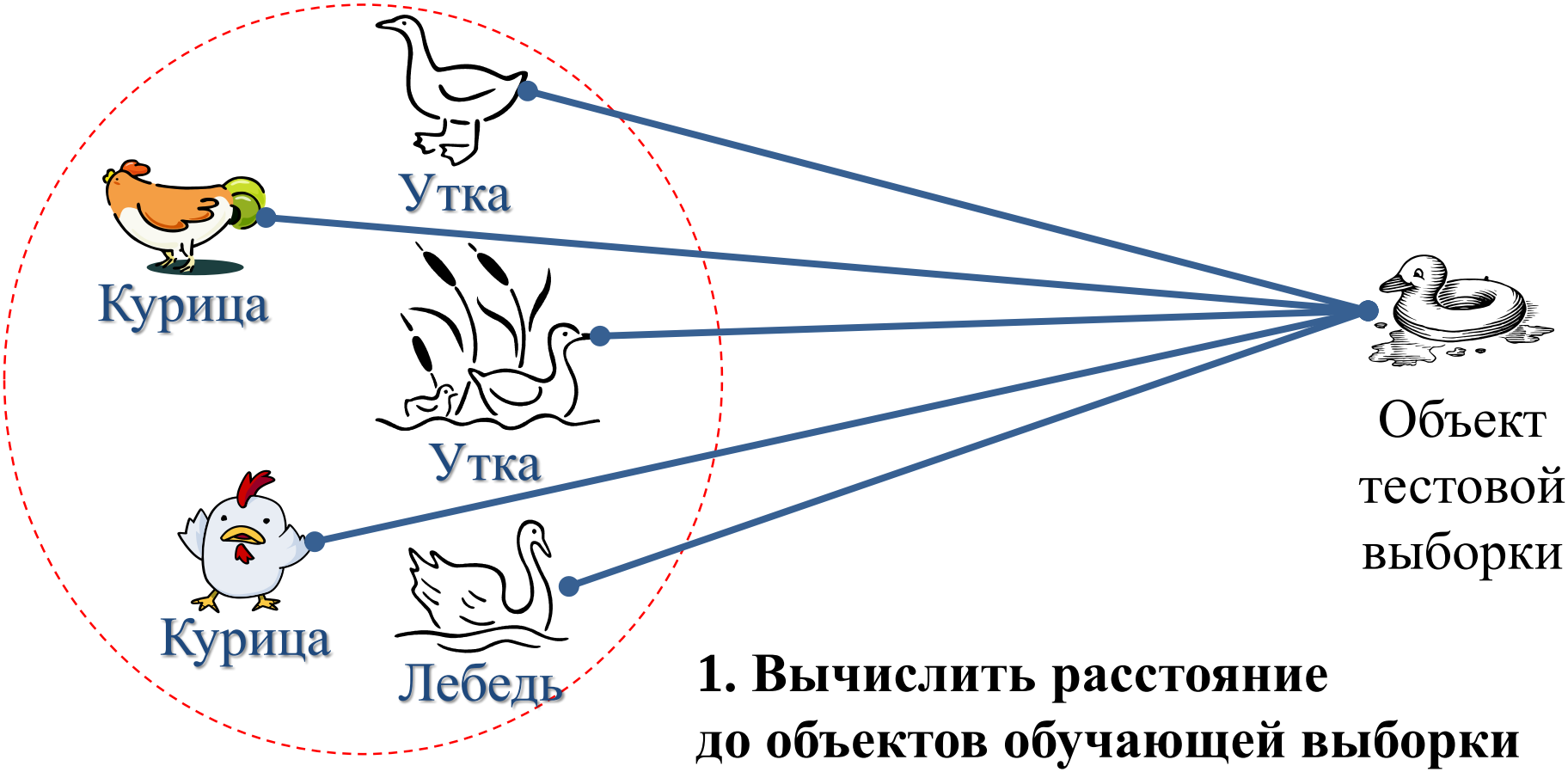
Обучающая выборка

If it looks like a duck, swims like a duck and quacks like a duck, then it probably is a duck.

Объект тестовой выборки

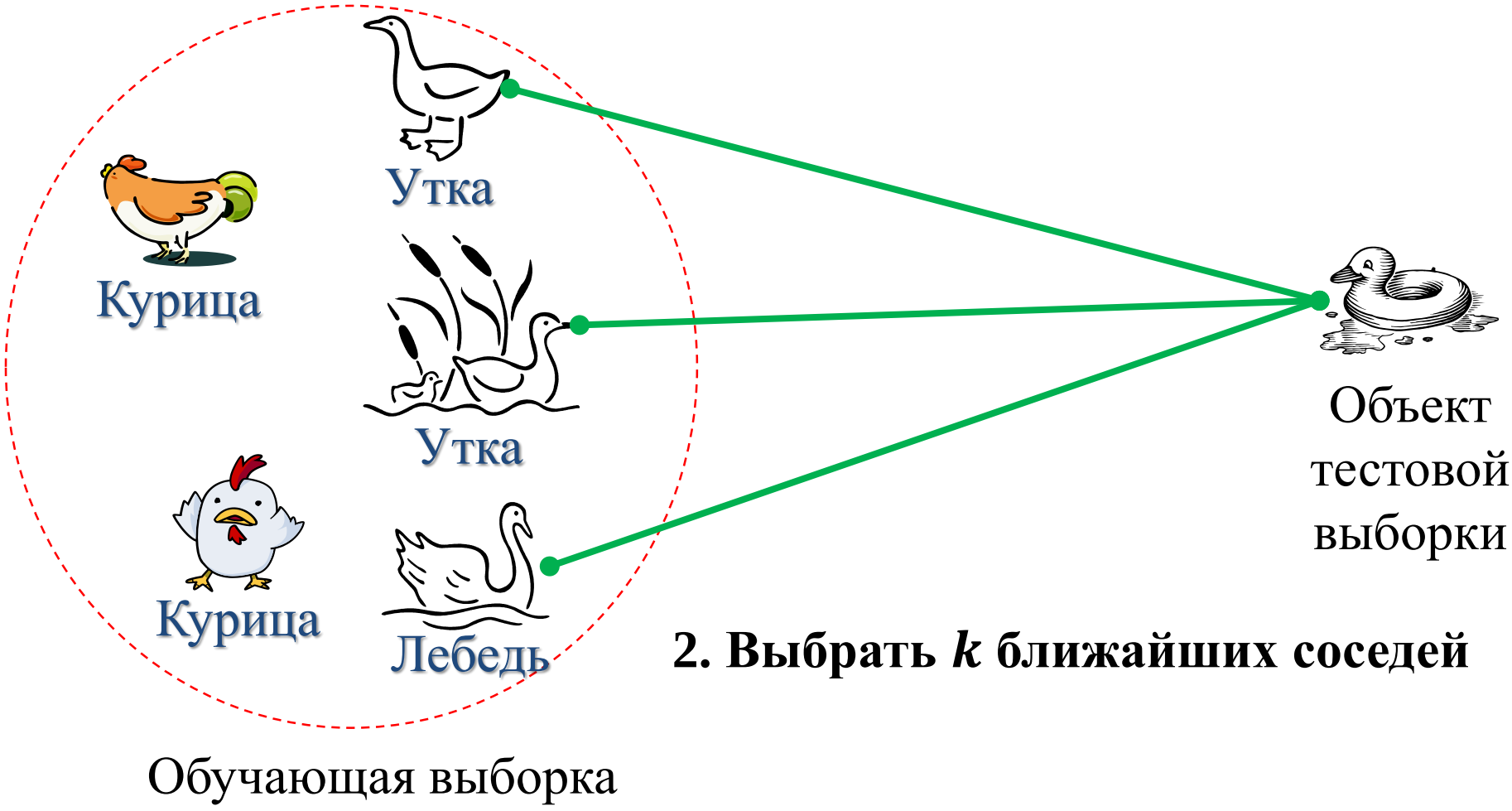
Число ближайших соседей k ($k \geq 1$)

Классификация по k ближайшим соседям (k Nearest Neighbors)

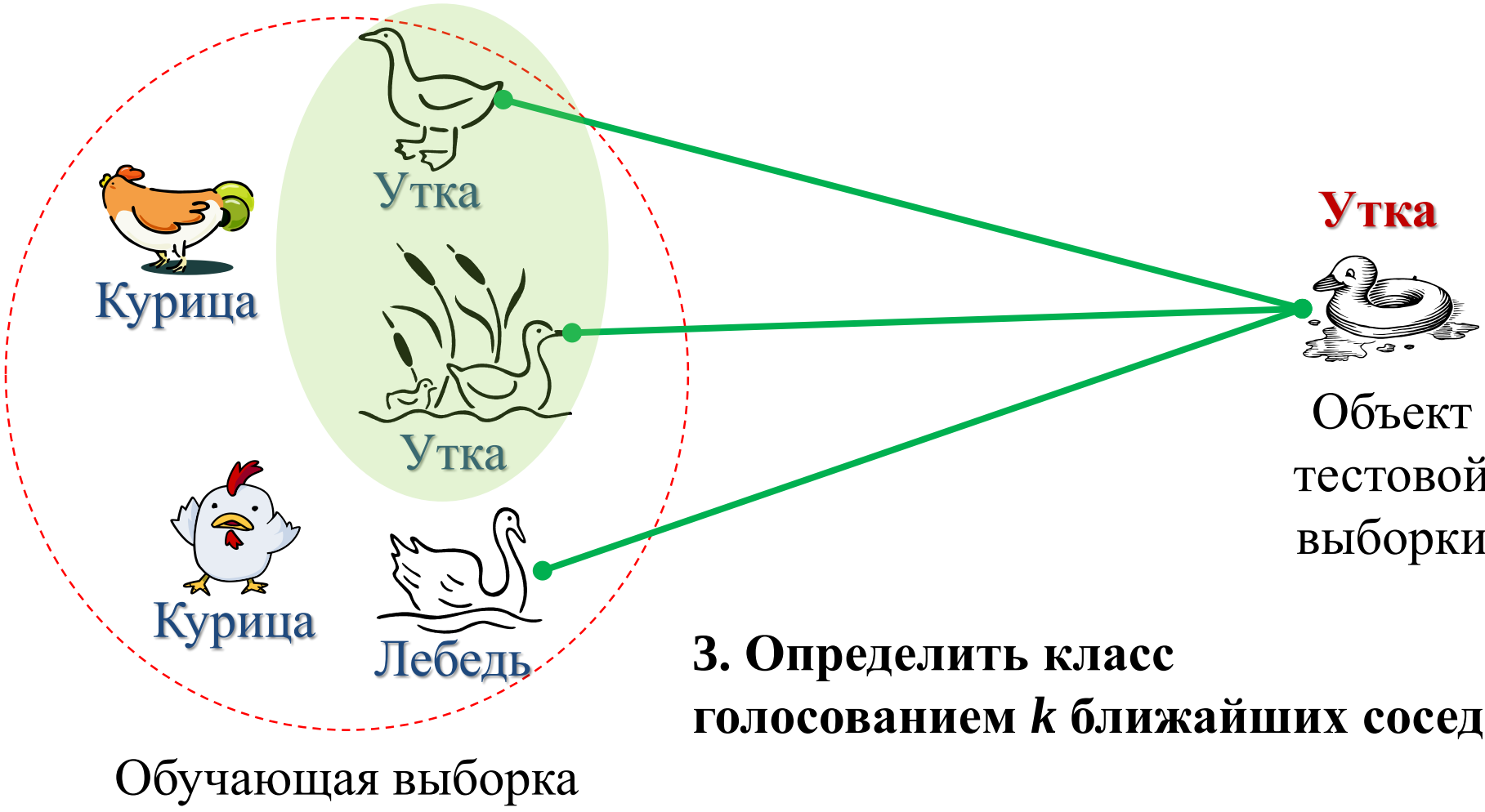


1. Вычислить расстояние до объектов обучающей выборки

Классификация по *k* ближайшим соседям (*k* Nearest Neighbors)



Классификация по *k* ближайшим соседям (*k* Nearest Neighbors)



3. Определить класс голосованием *k* ближайших соседей

Классификация по k ближайшим соседям

- Метрика или мера: $d: X \times X \to \mathbb{R}$

1. Аксиома тождества: $d(x,x) = 0$
2. Аксиома симметрии: $d(x,y) = d(y,x)$
3. Аксиома треугольника: $d(x,z) \leq d(x,y) + d(y,z)$

Мера

Метрика

- Количество соседей $\boldsymbol{k}$
- Способ голосования

Выбор (релевантной) метрики

- *Euclidean*

$$d(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \cdots + (x_n - y_n)^2}$$

- *Manhattan*

$$d(x,y) = |x_1 - y_1| + \cdots + |x_n - y_n|$$

- *Chebyshev*

$$d(x,y) = \max\{|x_1 - y_1|, \ldots, |x_n - y_n|\}$$

- *French metro*

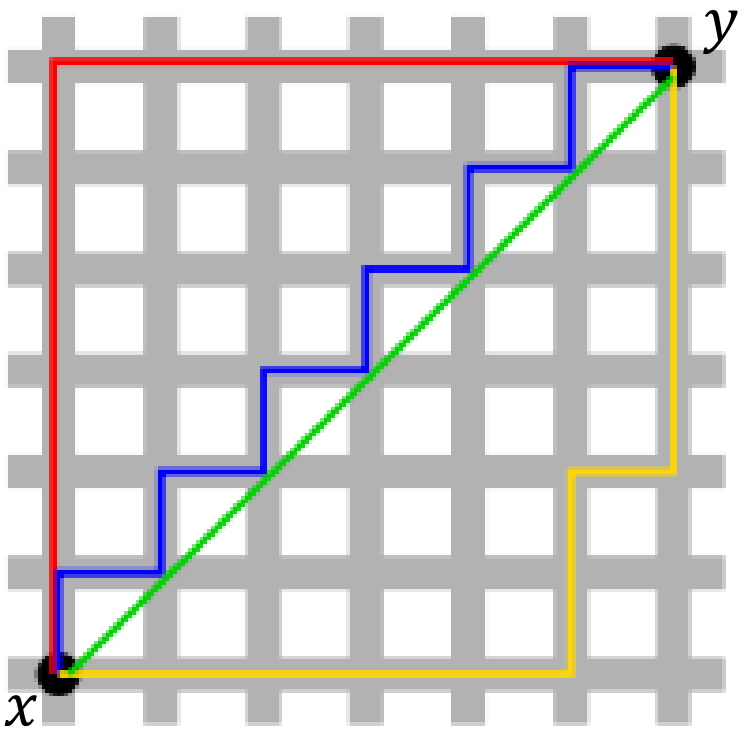
$$d(x,y) = \begin{cases} \|x\| + \|y\|, x \neq \lambda y \\ \|x - y\|, x = \lambda y \end{cases}$$

- *British railway*

$$d(x,y) = \begin{cases} \|x\| + \|y\|, x \neq y \\ 0, x = y \end{cases}$$

Пример: Евклидово *vs.* манхэттенское расстояние

- *Euclidean:* $d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \cdots + (x_n - y_n)^2}$
- *Manhattan:* $d(x, y) = |x_1 - y_1| + \cdots + |x_n - y_n|$



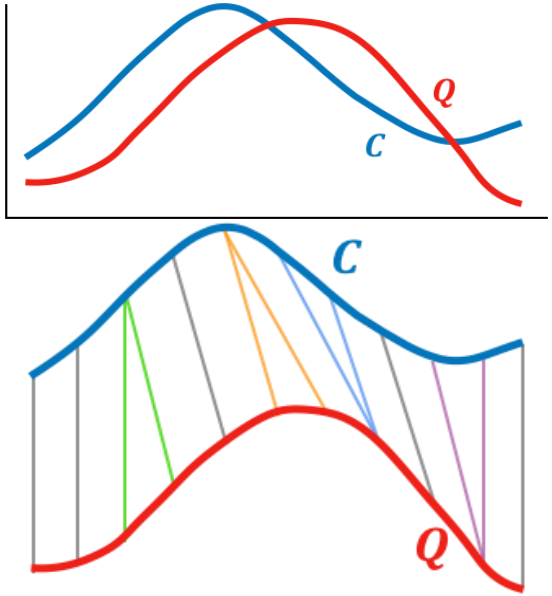
- **Euclidean**$(x, y) = 6\sqrt{2}$
- **Manhattan**$(x, y) =$ **Manhattan**(x, y)
  $=$ **Manhattan**$(x, y) = 12$

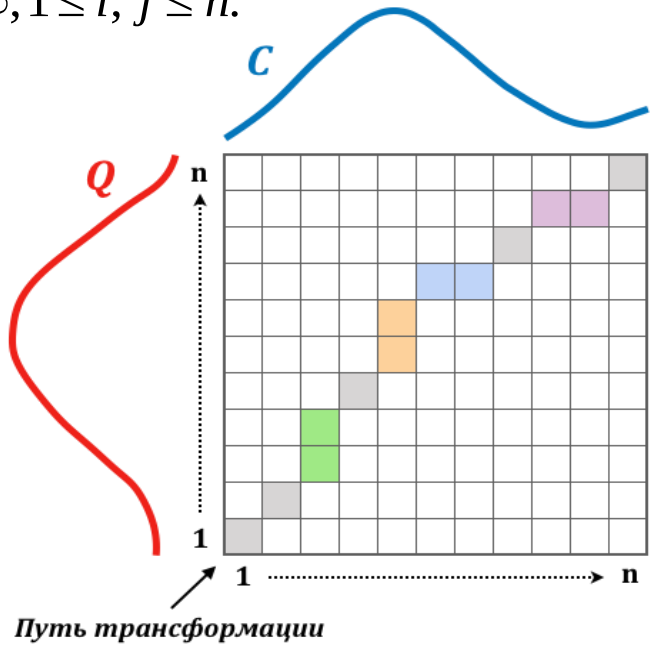
Мера DTW (Dynamic Time Warping)

$$DTW(Q,C) = d(n,n),$$

$$d(i,j) = (q_i - c_j)^2 + \min\begin{cases} d(i-1,j) \\ d(i,j-1) \\ d(i-1,j-1), \end{cases}$$

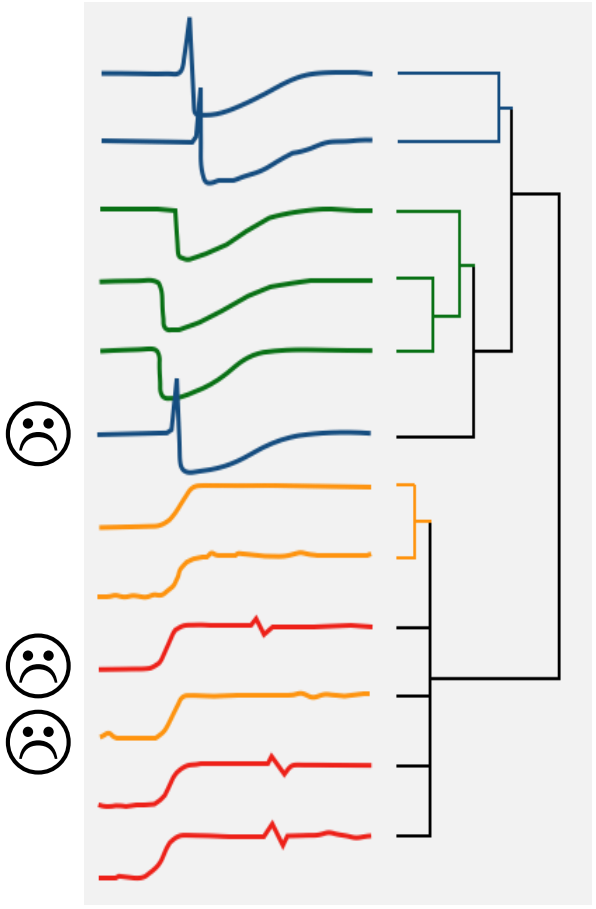
$$d(0,0) = 0; d(i,0) = d(0,j) = \infty; 1 \le i, j \le n.$$



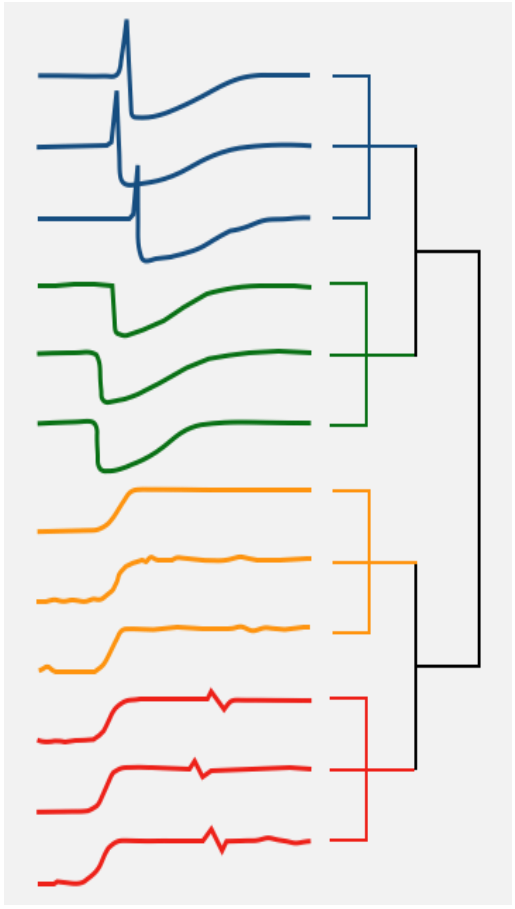


ED *vs.* DTW

Метрика Евклида

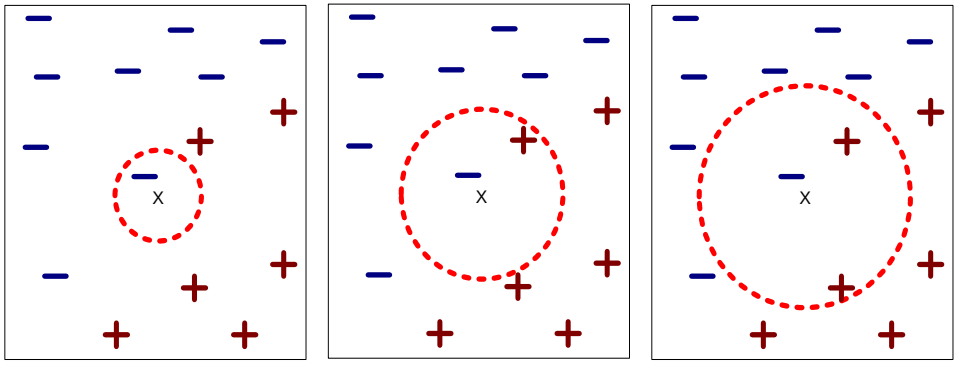


Мера DTW



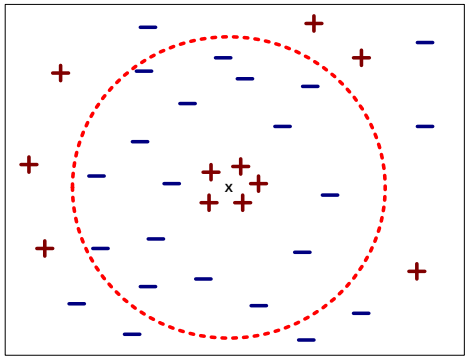
Выбор параметра *k*

- Если *k* очень мало, чувствительность к шумам



(a) 1-nearest neighbor (b) 2-nearest neighbor (c) 3-nearest neighbor

- Если *k* слишком большое, среди соседей могут быть представители других классов



Выбор способа голосования

- Мажоритарное голосование
- Взвешенное голосование
  - $w = \frac{1}{dist^2(neighbor, test\_tuple)}$

Доминантные атрибуты

- Имеют значения, существенно большие, чем у остальных атрибутов. Например:
  Рост: 1.6..2.1, Вес: 45..100,
  Доход: 20000..100000
- $ED((1.7, 70, 30000), (1.9, 100, 35000)) \approx$
  $ED((1.7, 70, 30000), (1.7, 90, 25000)) \approx$
  $ED((1.7, 70, 30000), (1.8, 80, 25000))$

Нормализация данных

$$v = (v_1, \dots, v_n) \rightarrow v' = (v'_1, \dots, v'_n)$$

- *Минимаксная нормализация*

$$v'_i = \frac{(v_i - \min v_i) \cdot (\max v'_i - \min v'_i)}{\max v_i - \min v_i} + \min v'_i$$

MinMax

v	v'
20	0.0000
24	0.0667
28	0.1333
32	0.2000
36	0.2667
40	0.3333
44	0.4000
48	0.4667
52	0.5333
56	0.6000
60	0.6667
64	0.7333
68	0.8000
72	0.8667
76	0.9333
80	1.0000

Нормализация данных

$$v = (v_1, \dots, v_n) \rightarrow v' = (v'_1, \dots, v'_n)$$

- *Z-нормализация*

$$v'_i = \frac{v_i - \bar{v}}{\sigma}, \quad \bar{v} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(v_i - \bar{v})^2}$$

Z-norm

v	v'
20	−1.5753
24	−1.3653
28	−1.1552
32	−0.9452
36	−0.7351
40	−0.5251
44	−0.3151
48	−0.1050
52	0.1050
56	0.3151
60	0.5251
64	0.7351
68	0.9452
72	1.1552
76	1.3653
80	1.5753

Нормализация данных

$$v = (v_1, \dots, v_n) \rightarrow v' = (v'_1, \dots, v'_n)$$

- *Десятичное масштабирование*

$v'_i = \frac{v_i}{10^{deg}}$, deg – мин целое, дающее $\max_i \frac{|v_i|}{10^{deg}} < 1$

Dec. scale

v	v'
20	0.2000
24	0.2400
28	0.2800
32	0.3200
36	0.3600
40	0.4000
44	0.4400
48	0.4800
52	0.5200
56	0.5600
60	0.6000
64	0.6400
68	0.6800
72	0.7200
76	0.7600
80	0.8000

Нормализация данных

$$v = (v_1, \dots, v_n) \rightarrow v' = (v'_1, \dots, v'_n)$$

- *Минимаксная нормализация*

$$v'_i = \frac{(v_i - \min v_i) \cdot (\max v'_i - \min v'_i)}{\max v_i - \min v_i} + \min v'_i$$

- *Z-нормализация*

$$v'_i = \frac{v_i - \bar{v}}{\sigma}, \quad \bar{v} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(v_i - \bar{v})^2}$$

- *Десятичное масштабирование*

$$v'_i = \frac{v_i}{10^{deg}},\ deg - \text{мин целое, дающее } \max_i \frac{|v_i|}{10^{deg}} < 1$$

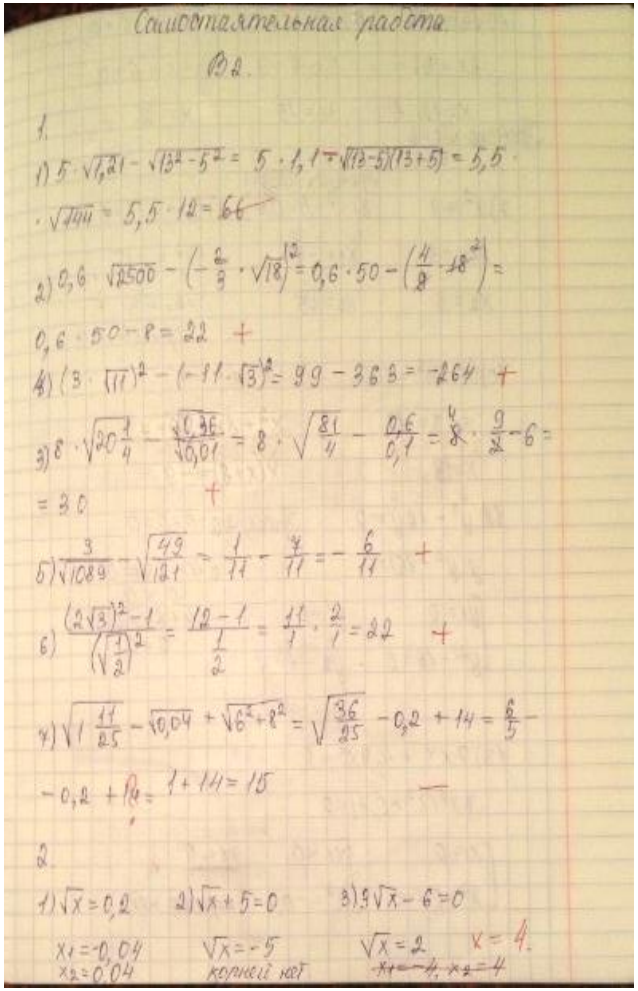
	MinMax	Z-norm	Dec. scale
v	v'	v'	v'
20	0.0000	−1.5753	0.2000
24	0.0667	−1.3653	0.2400
28	0.1333	−1.1552	0.2800
32	0.2000	−0.9452	0.3200
36	0.2667	−0.7351	0.3600
40	0.3333	−0.5251	0.4000
44	0.4000	−0.3151	0.4400
48	0.4667	−0.1050	0.4800
52	0.5333	0.1050	0.5200
56	0.6000	0.3151	0.5600
60	0.6667	0.5251	0.6000
64	0.7333	0.7351	0.6400
68	0.8000	0.9452	0.6800
72	0.8667	1.1552	0.7200
76	0.9333	1.3653	0.7600
80	1.0000	1.5753	0.8000

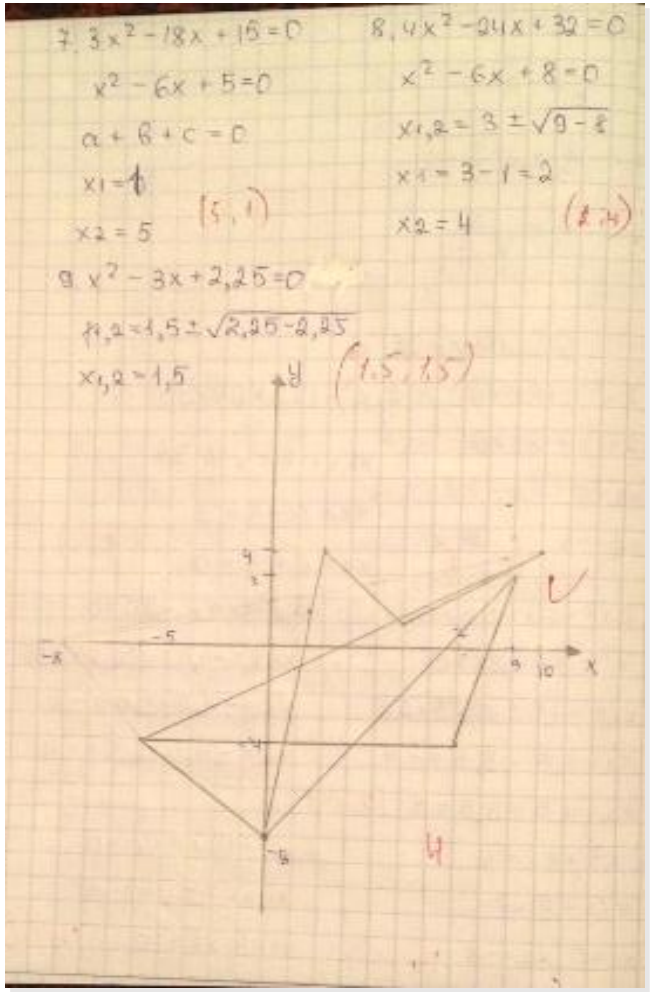
Малозначимые (избыточные) атрибуты

- Не входят в дерево решений, построенное для случайной выборки исходных данных
- Для сокращения времени вычислений малозначимые атрибуты можно отбрасывать

Избыточные атрибуты

- Учитель
  + и –
  ~~Исправления~~
  ?
  ✔
  5+, 5, 5-, 4+,
  …
- Ученик
  ~~Исправления~~
  Замазывания

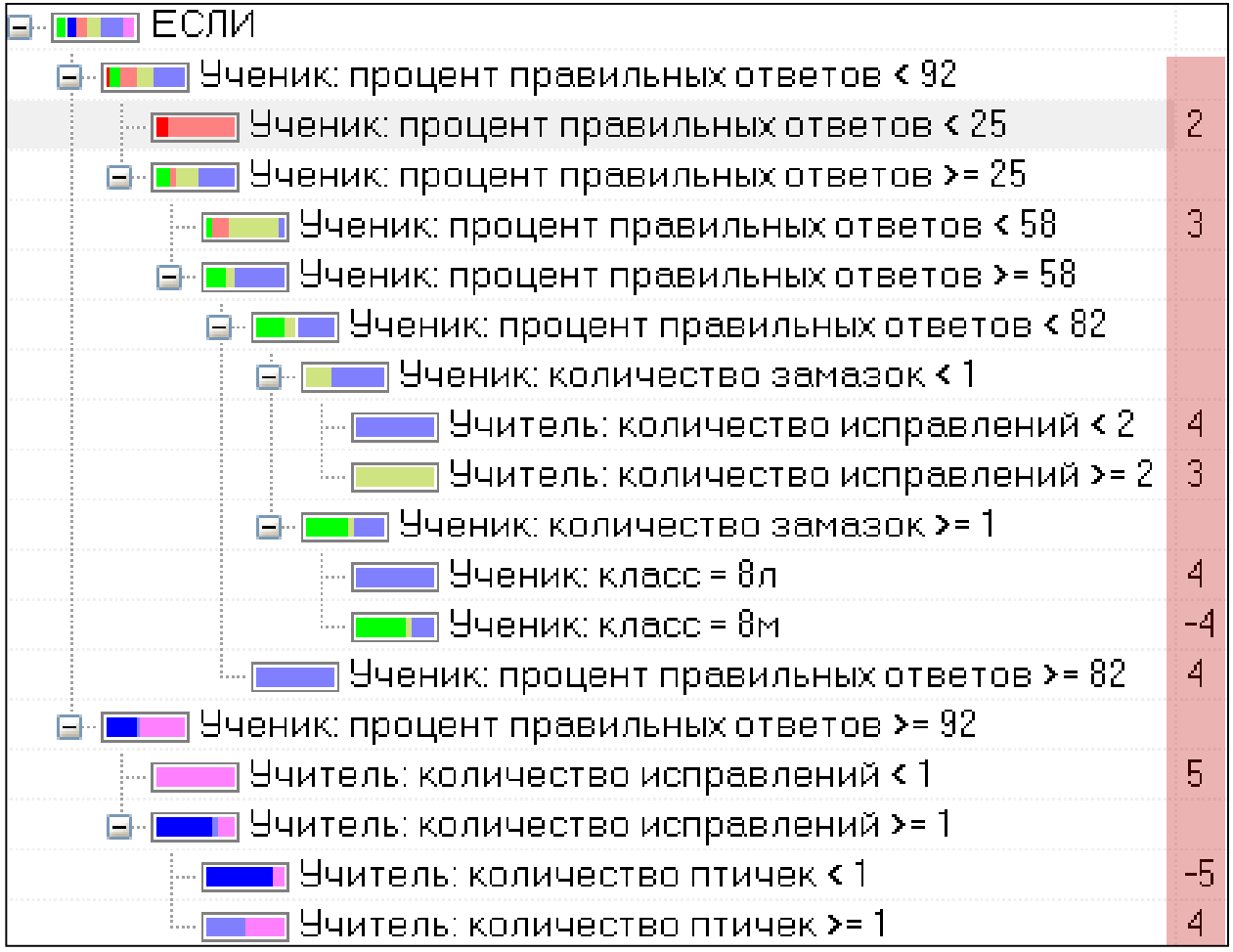




Избыточные атрибуты

№	Ученик		Проверка учителя				Выполнение работы		ОЦЕНКА
	Пол	Класс	% правильно выполненных заданий	К-во ✓	К-во ?	К-во испр-й	К-во испр-й	К-во замазок	
1	Ж	8м	67	0	0	1	3	3	4-
2	Ж	8м	60	0	2	0	5	9	3
3	Ж	8м	100	0	0	2	0	2	5-
4	Ж	8м	100	1	0	2	3	1	4
5	Ж	8м	100	1	0	2	0	5	5
6	М	8л	80	0	1	1	0	2	4
7	Ж	8м	50	1	0	6	0	1	4-
8	Ж	8л	20	0	0	2	2	1	3-
9	М	8м	40	1	2	0	3	4	2
10	М	8м	65	0	3	4	4	8	4-
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
70	М	8л	15	0	0	0	0	11	2

Избыточные атрибуты



№	Ученик: Пол	Ученик: Класс	...	ОЦЕНКА
1	Ж	8м		4-
2	Ж	8м		3
3	Ж	8м		5-
4	Ж	8м		4
5	Ж	8м		5
6	М	8л		4
7	Ж	8м		4-
8	Ж	8л		3-
9	М	8м		2
10	М	8м		4-
...	...	...		...
70	М	8л		2

Литература

- Han J., Kamber M., Pei J. Data Mining: Concepts and Techniques. 3rd Edition. Morgan Kaufmann, 2011. 740 p. ISBN: 978-0123814791
  - 9.5 Lazy Learners (or Learning from Your Neighbors), pp. 422-425
- Tan P.-N., Steinbach M., Kumar V. Introduction to Data Mining. 1st Edition. Pearson, 2014. 732 p. ISBN: 978-1-292-02615-2
  - 5.3 Bayesian Classifiers, pp. 227-240